UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP
Ecole Supérieure Polytechnique
Concours d'entrée au cycle ingénieur

Année : 2011-2012
Epreuve de PHYSIQUE
Durée : 3 heures

Problème 1 (7 pts)

On considère un point P de masse m en mouvement dans un champ de force centrale. L'étude se fera dans un référentiel galiléen d'origine O, centre de force. On notera : $\vec{r}=\overrightarrow{OP}$, $\vec{v}$ vitesse de P, $\vec{L}$ au point O, $E_p(r)$ énergie potentielle de la particule et E son énergie mécanique.

1- a) Que peut- on dire de E et $\vec{L}$? En déduire que le mouvement est plan.

b) On repère la position de P, dans ce plan, par ses coordonnées polaires r et θ. Donner l'expression du module de $\vec{L}$ en fonction notamment des variables r et θ ou de leurs dérivées. Exprimer l'énergie cinétique de P en fonction de L, m et des variables $u = \frac{1}{r}$ et $\frac{du}{d\theta}$.

2- a) Le point P subit le champ gravitationnel d'une masse M fixée en O. Montrer que la trajectoire de P vérifie l'équation différentielle :

$$\left(\frac{du}{d\theta}\right)^2 + (u-\beta)^2 = \beta^2\gamma$$

où β et γ sont des constantes du mouvement que l'on exprimera en fonction de m, L, E et K=*G*mM (*G* est la constante de gravitation universelle).

b) Montrer que cette équation différentielle est analogue à celle du mouvement d'un oscillateur harmonique non amorti, et que la trajectoire de P est une conique dont on calculera le paramètre *p* et l'excentricité *e* d'abord en fonction de β et γ et ensuite en fonction de m, L, E et K.

c) Quel est le rayon r_c d'une orbite circulaire en fonction de β?

Donner en fonction de K et r_c l'énergie associée à une telle orbite.