# CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAC - 2013

## Contrôleur de la circulation aérienne

## Epreuve de Physique

### <u>EXERCICE N°1</u>

Soit le référentiel $R_0(Ox_0, Oy_0, Oz_0)$ considéré comme galiléen, $Oz_0$ étant dirigé vers la verticale ascendante. Soit $\vec{g}$ le champ de pesanteur terrestre. Un disque de centre O, de rayon a, tourne dans le plan horizontal $(Ox_0y_0)$, autour de O, à la vitesse angulaire constante $\omega$. Ce disque est muni d'une rainure radiale, et dans cette rainure coulisse sans frottement une masselotte M de masse m. Soit $R(Ox, Oy, Oz_0)$ un référentiel lié au disque, Ox étant porté par la rainure. On appelle $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, les vecteurs unitaires respectifs des axes $Ox, Oy, Oz_0$.

1) La masselotte M est attachée à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur k, de longueur à vide $l_0$ ; ce ressort est fixé en O à son autre extrémité.
   a) Ecrire la relation fondamentale de la dynamique, pour la masselotte M, dans le référentiel (R) lié au disque.
   b) Montrer que M peut effecteur des oscillations harmoniques, dans (R), autour d'une position d'équilibre $x = x_e$, sous réserve que k obéisse à une condition que l'on précisera. Calculer $x_e$ et la période T des oscillations. Pensez-vous que la condition ci-dessus soit suffisante pour observer réellement des oscillations harmoniques autour de $x_e$ ?
2) On supprime le ressort, la masselotte étant toujours astreinte à glisser sans frottement dans la rainure. A la date t = 0, M est lâchée sans vitesse initiale à une distance $x_1$ de O.
   a) Donner l'expression de x(t) ainsi que le module de la réaction $\vec{N}$ de la rainure sur M.
   b) <u>Application numérique</u> : A quel moment M arrive-t-elle à l'extrémité du disque sachant que le disque effectue une rotation de un tour par seconde et que $x_1 = \frac{a}{4}$ ?

## EXERCICE N°2

On considère une spire circulaire de rayon a, de centre O, placée dans le vide et parcourue par un courant I. On appelle Oz l'axe de la spire. Tout point M de l'espace est repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z). On désigne par $B_r$, $B_\theta$, $B_z$ les trois composantes cylindriques du champ magnétique $\vec{B}$ créé par la spire en M. Par symétrie, $B_r$, $B_\theta$, $B_z$ ne dépendent que des coordonnées r et z du point M.

1) Montrer que le champ magnétique $\vec{B}$ créé par la spire en un point M d'abscisse z de l'axe Oz, a pour composante :

$$B_r(0,z) = 0 \quad ; \quad B_\theta(0,z) = 0 \quad ; \quad B_z(0,z) = \frac{B_0}{\left(1+\left(\frac{z}{a}\right)^2\right)^{3/2}}$$

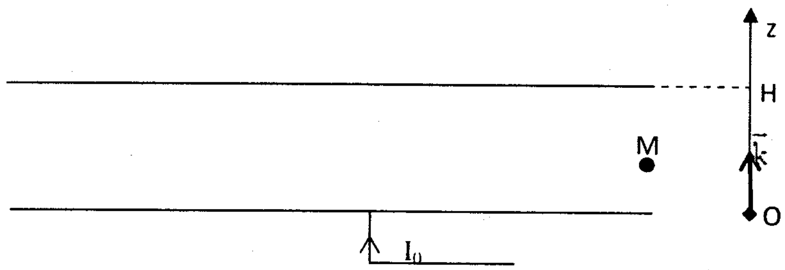
2) On considère un point M en dehors de l'axe Oz.
   a) Montrer que la composante $B_\theta(r,z)$ est nulle.
   b) On suppose que le point M est voisin de l'axe Oz ($r \ll a$) ; montrer que :
   - $B_z(r,z) \approx B_z(0,z)$ à des termes du second ordre près en r (on pourra effectuer un développement limité des fonctions $B_z(r,z)$ et $B_z(0,z)$ au premier ordre).
   - La composante $B_r$ du champ magnétique normale à l'axe Oz peut s'écrire

     $$B_r(r,z) \approx -\frac{r}{2}\frac{\partial}{\partial z}[B_z(0,z)]$$

     à des termes du troisième ordre près en r.

## EXERCICE N°3

On modélise la basse atmosphère par beau temps selon le schéma électrique suivant. L'atmosphère est le milieu contenu entre les armatures d'un condensateur qu'on peut considérer comme plan ; ces armatures sont, d'une part, le sol supposé parfaitement conducteur, et d'autre part un plan conducteur à l'altitude H qui schématise l'ionosphère ; la surface en regard de ces armatures a une aire notée S. Tous les champs de vecteurs et de scalaires utilisés ne dépendent que de l'altitude z du point M où ils sont définis. On note $\vec{k}$ le vecteur unitaire de l'axe Oz orienté suivant la verticale ascendante. L'atmosphère est un milieu légèrement conducteur de l'électricité ; sa permittivité est égale à celle du vide, $\varepsilon_0$. En un point M règne un champ électrique $\vec{E}$ qui a les propriétés du champ électrostatique.




Un courant permanent d'intensité $I_0$ traverse verticalement l'atmosphère (le sens algébrique suivant lequel est compté $I_0$ est celui du schéma). Le courant de retour est assuré par les orages dont il ne sera pas question. En un point M de l'atmosphère, on définit le vecteur densité de courant $\vec{j}$ par : $\vec{j} = \frac{I_0}{S}\vec{k}$ . Il est uniforme et relié au champ électrique en M par la relation : $\vec{j} = \gamma\vec{E}$ où $\gamma$ est la conductivité électrique au point M ; On admet qu'elle varie avec l'altitude suivant la loi $\gamma = \gamma_0 e^{\frac{z}{a}}$ où $\gamma_0$ et a sont des constantes. $\gamma_0 \exp\left(\frac{z}{a}\right)$

Pour les applications numériques, on prendra :

$$H = 50000\ m\ ;\ S = 5{,}09.10^{14}\ m^2\ ;\ a = 4000\ m\ ;\ I_0 = -1500\ A\ ;\ \varepsilon_0 = \frac{1}{36\,\pi\,10^9}\ F.m^{-1}$$

(Attention au signe de $I_0$ !).

1) a) Exprimer littéralement le champ électrique $\vec{E}$ en fonction de l'altitude z.

b) Au niveau du sol, on mesure le champ électrique $\vec{E_0} = E_0\,\vec{k}$ avec $E_0 = -100\ V.m^{-1}$. Calculer littéralement puis numériquement $\gamma_0$.

c) Calculer la différence de potentiel entre le sol et le point d'altitude $z = 1{,}80$ m. Pourquoi un individu debout n'est pas électrocuté ?

2) a) Calculer littéralement la charge surfacique $\sigma_0$ portée par le sol puis la charge totale $Q_0$ portée par l'armature constituée par le sol.

b) Calculer numériquement $\sigma_0$ et $Q_0$.

c) Calculer littéralement la charge surfacique $\sigma_H$ et la charge totale $Q_H$ de l'armature à l'altitude H.

d) Calculer numériquement $\sigma_H$ et $Q_H$.

3) Calculer littéralement puis numériquement la charge totale $Q_a$ portée par l'atmosphère (armatures non comprises).

## EXERCICE N°4

1) Soit un doublet électrique A (- q), B (+ q) porté par l'axe Ox, et tel que AO = OB = a. On étudie son action en un point M très éloigné repéré par ses coordonnées polaires r, $\theta$ (r >> a).

a) Retrouver l'expression du potentiel V créé en M par ce dipôle après avoir effectué un développement limité à l'ordre 1 en $\frac{1}{r}$.

b) En déduire les composantes $E_r$ et $E_\theta$ du champ électrique en coordonnées polaires puis l'allure des lignes de champ.

2) On soumet ce dipôle à l'action d'un champ uniforme $\overrightarrow{E_0}$ de direction et sens Ox, et dont le potentiel s'annule en O.

a) Justifier que le dipôle reste en équilibre.

b) En déduire, toujours en M éloigné, le potentiel résultant V' et les composantes $E'_r$ et $E'_\theta$ du champ résultant $\vec{E}'$.

c) Quelle est la nature de l'équipotentielle V' = 0 ? Calculer les nouvelles composantes $E'_r$ et $E'_\theta$ du champ résultant $\vec{E}'$.