

EXERCICE N°1

On considère l'unité de masse de gaz parfait. On rappelle que dans une transformation réversible d'un fluide, la quantité de chaleur mise en jeu dQ (c'est-à-dire échangée avec le milieu extérieur) s'écrit sous les formes :

$$dQ = C_v dT + \ell dV \quad \text{lorsque la température varie de } dT \text{ et le volume de } dV.$$

$$dQ = C_p dT + h dP \quad \text{lorsque la température varie de } dT \text{ et la pression de } dP.$$

- 1) Ecrire les expressions des différentielles de l'énergie interne dU , de l'enthalpie dH et de l'entropie dS . En déduire les relations:

$$\ell = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V, \quad h = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P, \quad C_p - C_v = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

- 2°) On considère l'unité de masse de gaz réel qui obéit à l'équation de Van der Waals :

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = rT$$

- a) Etablir les expressions des coefficients ℓ et h .
b) Etablir l'expression du travail reçu par le gaz, au cours d'une compression isotherme réversible s'effectuant entre les volumes V_1 et V_2 , à la température T .
- 3°) Que devient l'expression de ce travail, aux basses pressions ($b \ll V$) ?
- 4°) a) Déterminer la différence des chaleurs spécifiques $C_p - C_v$ du gaz, en fonction des variables indépendantes P , V et des constantes a , b et r .
b) En tenant compte du fait que $\frac{a}{V^2} \ll P$ et $b \ll V$, trouver une formule approchée de $C_p - C_v$ en fonction des variables P et T .

EXERCICE N°2

Un point matériel M, de masse m, repéré par ses coordonnées polaires (r, θ), est soumis à la force Newtonienne : $\vec{F} = \frac{-k}{r^2} \vec{e}_r$ (avec $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = r \vec{e}_r$), de la part d'un point O. k est une constante positive.

1°) Montrer que l'équation de la trajectoire de M peut être mise sous la forme :

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \varphi_0)},$$

où φ_0 est l'axe focal à l'origine, p le paramètre de la conique et e son excentricité. Donner les expressions de p et e.

2°) On choisira la solution correspondant à $\varphi_0 = 0$. Calculer l'énergie potentielle E_p de M en fonction de k, p, θ et e. (On prendra l'origine des potentiels à l'infini).

3°) Calculer l'énergie cinétique E_c de M en fonction de k, p θ et e.

4°) Calculer l'énergie mécanique E de M. Montrer que E est constante.

On rappelle les formules de BINET :

$$\rho = \frac{1}{r} ; \quad V^2 = C^2 \left(\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta} \right)^2 \right) \quad \text{et} \quad \vec{\gamma} = -C^2 \rho^2 \left(\frac{d^2\rho}{d\theta^2} + \rho \right) \vec{e}_r$$