UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

OFFICE DU BACCALAUREAT
BP 5005-DAKAR-Fann-Sénégal
Serveur Vocal: 628 05 59
Téléfax (221) 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

10 G 18 bis B 01
Durée: 2 heures
Séries : S1-S3 - Coeff. 8

Epreuve du 2ème groupe

M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n⁰ 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

EXERCICE 1 (4 pts).

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{1}{1+t^2}\,dt$.

1. Préciser l'ensemble D de définition de f. **0,25 pt**

2. Montrer en utilisant le changement de variable $u = -t$ que la fonction f est impaire. Déterminer alors $\displaystyle\int_{-x}^x \frac{1}{1+t^2}\,dt$. **0,5 pt+ 0,25 pt**

3. Etudier la dérivabilité de f et lorsque f est dérivable en un point x, calculer $f'(x)$. **0,25 pt+ 0,25 pt**

4. Etablir que pour tout $x \geq 2$, on a : $\displaystyle\int_2^x \frac{1}{1+t^2}\,dt \leq 1 + \frac{1}{1-x}$. En déduire que f est bornée puis que si f admet une limite en $+\infty$, cette dernière est finie. **0,5 pt+0,5 pt+0,5 pt**

5. En admettant que $\displaystyle\lim_{x\mapsto+\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$, construire la courbe C_f représentative de f dans la plan muni d'un repère orthonormé (préciser la tangente à C_f à l'origine ainsi que les asymptotes de C_f). **1 pt**

EXERCICE 2 (4 pts).

Pour tout nombre réel a non nul, on désigne par f_a l'application de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ qui associe à tout nombre complexe z le nombre complexe $Z = f_a(z)$ satisfaisant à

$$Z - ia = \frac{i}{a}(z - ia)$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on note F_a l'application qui associe à tout point m d'affixe z, le point M d'affixe $f_a(z)$.

1. Montrer que F_a admet un unique point invariant S_a dont on déterminera l'affixe. **1 pt**

2. a) Pour $m \neq S_a$, exprimer en fonction de a le rapport $\dfrac{S_aM}{S_am}$ ainsi qu'une mesure de l'angle $(\overrightarrow{S_am}, \overrightarrow{S_aM})$. **1 pt**

b) En déduire la nature de l'application F_a et préciser ses éléments caractéristiques. **1 pt**

3. Montrer que $F_{a^{-1}} \circ F_{-a}$ est une translation. **1 pt**

EXERCICE 3 (4 pts).

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$$A(1, 2, 2), B(3, 2, 1) \text{ et } C(1, 3, 3)$$

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et en déduire que A, B et C déterminent un plan. **0,5 pt+0,25 pt**

2. Donner une équation cartésienne du plan (ABC). **0,75 pt**

3. On considère les plans P_1 et P_2 d'équations respectives

$$x - 2y + 2z - 1 = 0 \,\text{et}\, x - 3y + 2z + 2 = 0$$

a) Montrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants. On notera Δ leur droite d'intersection. **0,5 pt**

b) Montrer que le point C appartient Δ. **0,5 pt**

c) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite Δ. **1 pt**

d) Calculer la distance du point A à la droite de la droite Δ. **0,5 pt**

EXERCICE 4 (4 pts).

On note H l'orthocentre d'un triangle équilatéral direct ABC. On désigne par r_A, r_B et r_C les rotations de centres respectifs A, B et C et de même angle $\frac{\pi}{3}$ et on pose

$$f = r_A \circ r_B \text{ et } g = r_C \circ r_B \circ r_A.$$

1. Calculer $f(C)$, $f(B)$ et $g(B)$ et en déduire la nature et les éléments caratéristiques de f et de g. **0,5 pt+0,5 pt+0,5 pt+0,25 pt+0,25 pt**

2. On désigne par $s_{(AB)}$, $s_{(BC)}$ et $s_{(CA)}$ les reflexions d'axes respectifs (AB), (BC) et (CA) et on pose $h = s_{(CA)} \circ s_{(AB)} \circ s_{(BC)}$ et soit (d) la droite parallèle à (AC) passant par B.

Montrer que $s_{(AB)} \circ s_{(BC)} = s_{(d)} \circ s_{(AB)}$. **1 pt**

3. Soit B' le milieu de $[AC]$. Montrer que $h = t_{2\,\overrightarrow{BB'}} \circ s_{(AB)}$. **1 pt**

EXERCICE 5 (4 pts).

Une urne contient 2 boules blanches et 4 boules noires indiscenables au toucher. On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne.

Soit X la variable aléatoire égale au rang de la première boule blanche tirée. (On convient que le rang 0 correspond au tirage de trois boules noires).

1. Définir la loi de probabilité de X. **1,5 pt**

2. Calculer l'espérance mathématique et la variance de X. **0,5 pt + 1pt**

3. Tracer la courbe représentative de la fonction de répartition de X dans le plan muni d'un repère orthogonal. **1 pt**